МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ (О)
Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 25.08.2025 № 25.8

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для преподавателя по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА
название дисциплины

для студентов направления подготовки

38.03.05 Бизнес-информатика
код и название направления подготовки

образовательная программа

Цифровая трансформация компании

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2025 г.

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для преподавателей по дисциплине «Линейная алгебра» представляют собой комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющих преподавателю оптимальным образом организовать процесс обучения по данной дисциплине.

Цель дисциплины –

- теоретическая подготовка и получение практических навыков по линейной алгебре для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа;
- развить логическое мышление студентов, привить потребность теоретического обоснования различных явлений.

Задачи дисциплины:

- создание у студентов достаточно широкой подготовки в области математики и воспитание достаточно высокой математической культуры;
- сформировать навыки использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привить навыки самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям;

Дисциплина «Линейная алгебра» реализуется в рамках обязательной части и относится к естественно-научному модулю.

Дисциплина изучается на 1 курсе во 2-м семестре.

Основными видами учебной работы по данной дисциплине являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся. Для успешного освоения дисциплины студенты необходимо изучить лекционный материал и рекомендуемую литературу, отработать изученный материал на практических занятиях, выполнить задания для самостоятельной работы.

1 Лекции

Лекции являются одним из основных методов обучения по дисциплине «Линейная алгебра». Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим.

Содержание лекций определяется рабочей программой дисциплины и представлено в таблице.

Неделя	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1-4.	**Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	
1-2	Матрицы и определители	Матрицы, действия над матрицами. Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Методы вычисления определителей. Обратная матрица. Условия существования. Нахождение обратной матрицы.
3-4.	Системы линейных уравнений	Система из n линейных уравнений с *n* неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера Капелли. Метод Гаусса. Однородная система, фундаментальная совокупность решений. Общее решение неоднородной системы.
5-9	**Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы**	
5-6.	Линейные пространства, размерность	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Размерность. Изоморфизм линейных пространств. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
7-9.	Операторы	Линейный оператор. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия над линейными операторами. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Условия существования базиса из собственных векторов.
10-13.	**Евклидовы пространства**	
10-12	Евклидовы простран-	Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.

	ства	Неравенство треугольника. Ортогональные элементы. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определители Грама и их приложения. Многомерная евклидова геометрия. Ортогональное дополнение.
12-13	Операторы самосопряженный и ортогональный	Сопряженный, самосопряженный, унитарный и ортогональный операторы. Приведение самосопряженного оператора к диагональному виду в ортонормированном базисе.
14-16	**Квадратичные формы**	
14-16	Приведение формы к каноническому виду	Билинейные и квадратичные формы в вещественном линейном пространстве. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Закон инерции. Критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Неоднородный многочлен второй степени от *n* переменных. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническом виду.

Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1) формулировку темы лекции;

2) указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;

3) изложение вводной части;

4) изложение основной части лекции;

5) краткие выводы по каждому из вопросов;

6) заключение;

7) рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Дадим краткую характеристику каждого из лекционных этапов.

Начальный этап каждого лекционного занятия – оглашение основной темы лекции с краткой аннотацией предлагаемых для изучения вопросов. Преподаватель должен сообщить о примерном плане проведения лекции и предполагаемом распределении бюджета времени. Если очередное занятие является продолжением предыдущей лекции, необходимо кратко сформулировать полученные ранее результаты, необходимые для понимания и усвоения изучаемых вопросов.

Во вводной части достаточно кратко характеризуется место и значение данной темы в курсе, дается обзор важнейших источников и формулируются основные вопросы или задачи, решение которых необходимо для создания стройной системы знаний в данной предметной области. В этой части лекции демонстрируются основные педагогические методы, которые будут использоваться при изложении материала и устанавливается контакт с аудиторией.

Основная часть лекции имеет своей целью раскрытие содержания основных вопросов или разделов и определяется логической структурой плана лекции. При этом используются основные педагогические способы изложения материала: описание-характеристика, повествование, объяснение и др. Преподаватель должен также умело использовать эффективные методиче-

ские приемы изложения материала – анализ, обобщение, индукцию, дедукцию, противопоставления, сравнения и т.д., обеспечивающие достаточно высокий уровень качества учебного процесса.

В заключительной части лекции проводят обобщение наиболее важных и существенных вопросов, делаются выводы, формулируются задачи для самостоятельной работы слушателей и указывается рекомендуемая литература. Оставшееся время используют для ответов на вопросы, задаваемые слушателями, и для возможной дискуссии о содержании лекции.

Содержание лекционного материала должно строго соответствовать содержательной части, утвержденной рабочей учебной программы дисциплины и соответствовать основным дидактическим принципам, которые обеспечивают соответствие излагаемого материала научно-методическим основам экономической деятельности. Основными из них являются целостность, научность, доступность, систематичность и наглядность.

Целостность лекции обеспечивается созданием единой ее структуры, основанной на взаимосвязи задач занятия и содержания материала, предназначенного для усвоения студентами.

Научность лекции предполагает соответствие материала основным положениям современной науки, абсолютное преобладание объективного фактора и доказательность выдвигаемых положений. Для научно обоснованной лекции характерны ясность, логичность, аргументированность, точность и сжатость.

Принцип доступности лекции предполагает, что содержание учебного материала должно быть понятным, а объем этого материала посильным для всех студентов. Это означает, что степень сложности лекционного материала должна соответствовать уровню развития и имеющемуся запасу знаний и представлений студентов.

Систематичность лекционного материала определяется взаимосвязью изучаемого материала с ранее изученным, постепенным повышением сложности рассматриваемых вопросов, взаимосвязью частей изучаемого материала, обобщением изученного материала, стройностью изложения материала по содержанию и внешней форме его подачи, рубрикацией курса, темы, вопроса и единообразием структуры построения материала.

Принцип наглядности содержания лекции требует использования при чтении лекции визуальных носителей информации в виде презентаций, поскольку основной поток информации в учебном процессе воспринимается обучаемым зрительно. Демонстрационный материал во всех случаях должен играть подчиненную роль и не подменять содержания лекции. В каждый момент лекции необходимо демонстрировать только тот наглядный материал, который иллюстрирует излагаемые положения.

При проведении лекционных занятий по дисциплине используются следующие виды лекций: информационные, проблемные, лекции-визуализации, лекции с опорным конспектированием.

Основным признаком информационной лекции является простой способ передачи готовых знаний учащимся через монологическую форму обще-

ния.

В отличие от информационной лекции, в проблемной лекции, лекции-визуализации происходит активное освоение содержание обучения с включением механизмов творческого осмысления. В этом процессе учащиеся проявляют собственную активность в контексте диалогического взаимодействия и общения в ходе лекции.

Лекции проблемного характера отличает то, что процесс познания студентов приближается к поисковой, исследовательской деятельности. При этом обеспечивается достижение трех основных целей: усвоение студентами теоретических знаний, развитие теоретического мышления и формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета и профессиональной мотивации будущего специалиста. На такой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска ее решения или суммирования и анализа традиционных и современных точек зрения.

Другая форма лекции – лекция-визуализация – является результатом поиска новых возможностей реализации известного в дидактике принципа наглядности, содержание которого меняется под влиянием данных психолого-педагогической науки, форм и методов активного обучения. Лекция-визуализация представляет собой визуальную форму подачи лекционного материала средствами компьютерной техники или аудио- и видеотехники (видео-лекция). Чтение такой лекции сводится к развернутому или краткому комментированию просматриваемых визуальных материалов.

Лучше использовать разные виды наглядности – натуральной, изобразительной, символической. При переходе от текста к зрительной форме или от одного вида наглядности к другому теряется некоторое количество информации. Однако это может быть преимуществом, поскольку позволяет сконцентрировать внимание на наиболее важных аспектах и особенностях содержания лекции, способствовать его пониманию и усвоению.

2 Практические занятия (семинары)

Практические занятия являются важной частью учебного процесса в вузе. Они проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами и приёмами исследования, изучаемыми в рамках учебной дисциплины. Главной целью такого рода занятий является научиться применению теоретических знаний на практике.

Содержание практических занятий по дисциплине «Линейная алгебра» представлено в таблице.

Неделя	**Наименование раздела /темы дисциплины**	**Содержание**

1-4.	**Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	
1-2.	Матрицы и определители	Действия с матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица, ранг матрицы. Матричные уравнения.
3-4	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Структура решений неоднородной системы
5-9.	**Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы**	
5-7	Линейные пространства, размерность	Линейные пространства. Размерность. Базис. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Линейная оболочка векторов. Применение ранга матрицы к исследованию линейной зависимости векторов и нахождению размерности подпространства. Размерность и базис суммы и пересечения подпространств.
7-9	Операторы	Линейный оператор. Матричная запись и матрица оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Действия над операторами. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду, базис из собственных векторов.
10-13.	**Евклидовы пространства**	
10-11	Евклидовы пространства	Пространства со скалярным произведением. Ортогонализация. Ортогональное дополнение, ортогональная составляющая. Измерение длин и углов. Матрица Грама.
12-13	Операторы самосопряженный и ортогональный	Сопряженный, самосопряженный и ортогональный операторы. Приведение самосопряженного оператора к диагональному виду в ортонормированном базисе.
4.	**Квадратичные формы**	
14-16	Приведение формы к каноническому виду	Квадратичные формы. Приведение к каноническому (нормальному виду). Исследование знакоопределенности. Приведение уравнений кривых и поверхностей 2 порядка к каноническому виду.

Практические занятия — метод обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у студентов умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

Практические занятия представляют собой занятия по решению различных прикладных задач, образцы которых были даны на лекциях. В итоге у каждого обучающегося должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи.

Практические занятия по курсу могут проводиться в различных формах. Рекомендуются активные формы занятий, такие как дискуссия, деловая

игра, тренинг. Преподавателю важно давать задания в соответствии с возможностями обучающихся на данной стадии обучения, чтобы обеспечить им уверенность в своих силах.

Практическое занятие должно опираться на известный теоретический материал, который изложен или на который дана соответствующая ссылка в лекции.

Практическое занятие должно быть нацеленным на формирование определенных умений и закрепления определенных навыков, поэтому цель занятия должна быть заранее известна и понятна преподавателю и обучающимся. Лучше иметь сформулированные в письменном виде цель, задачи, содержание и последовательность занятия, ожидаемый результат.

Одно или несколько занятий желательно провести в компьютерном классе с доступом в глобальную сеть. Целью такого занятия может быть помощь в организации выполнения заданий самостоятельной работы, которые ориентированы на поиск информации в Интернет.

Обучающиеся должны всегда видеть ведущую идею курса и ее связь с практикой. Это придает учебной работе актуальность, утверждает необходимость овладения опытом профессиональной деятельности, связывает её с практикой жизни. В таких условиях задача преподавателя состоит в том, чтобы больше показывать обучающимся практическую значимость ведущих научных идей и принципиальных научных концепций и положений.

Примерные цели практических занятий:

1) помочь обучающимся систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;

2) научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками;

3) формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

Содержание практических занятий и методика их проведения должны обеспечивать развитие творческой активности личности. Они развивают научное мышление и речь обучающихся, позволяют проверить их знания, выступают важным средством оперативной обратной связи. Поэтому практические занятия должны выполнять не только познавательную и воспитательную функции, но и способствовать росту их креативности.

Практические занятия проводятся в двух формах: выполняются индивидуально и в групповой форме. При разработке практических занятий должна быть учтена форма их проведения и возможности интерактивного обучения. Групповая форма предполагает обсуждение слушателями конкретной проблемы в группе по каждому этапу изучения дисциплины.

Прежде чем приступить к изучению темы, необходимо прокомментировать основные вопросы плана лекции. Такой подход преподавателя помогает студентам быстро находить нужный материал к каждому из вопросов, не задерживаясь на второстепенном.

Важно развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.

Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Преподаватель может предложить студентам подумать над постановкой таких вопросов по теме лекции, которые вызовут интерес своей неоднозначностью, противоречивостью, разделят участников семинара на оппонирующие группы. А это как раз то, что нужно для дискуссии, для активизации, для поиска студентами истины, которая, как известно, рождается в споре. Само собой разумеется, что и в арсенале преподавателя должны быть заготовлены вопросы для создания проблемных ситуаций, если они не будут созданы выступлениями студентов.

В процессе подготовки, прорабатывая предложенные вопросы, студент определяет для себя один-два из них (можно, конечно и больше), в которых он чувствует себя наиболее уверенно и в качестве консультанта или оппонента намерен задать тон на семинаре.

Практические занятия предполагают не просто обсуждение студентами учебного материала, а выполнение ими определенных практических заданий. Систему таких заданий часто называют практикумом.

Функции практических занятий:

1) закрепление теоретических знаний на практике;

2) усвоение умений исследовательской работы;

3) усвоение умений практической работы;

4) применение теоретических знаний для решения практических задач;

5) самопознание;

6) саморазвитие.

Соответствующие задачи ставятся преподавателем при планировании каждой работы. Те или иные функции могут выдвигаться на первый план в зависимости от того, в рамках каких образовательных программ проводятся занятия.

Практическое занятие (семинар) – один из наиболее сложных и в то же время плодотворных видов (форм) вузовского обучения и воспитания. В условиях высшей школы семинар – один из видов практических занятий, проводимых под руководством преподавателя.

Целью практических занятий (семинаров) является:

1) закрепление методов анализа;

2) проверка уровня понимания студентами вопросов, рассмотренных на лекциях и по учебной литературе, степени и качества усвоения материала студентами;

3) обучение навыкам решения поставленных задач и умение подобрать необходимый метод решения;

4) восполнение пробелов в пройденной теоретической части курса и оказание помощи в его усвоении.

При условии соблюдения требований методики их проведения семинары выполняют многогранную роль:

1) стимулируют регулярное изучение студентами первоисточников и другой литературы, а также внимательное отношение к лекционному курсу;

2) закрепляют знания, полученные студентами при прослушивании лекции и самостоятельной работе над литературой;

3) расширяют круг знаний благодаря выступлениям товарищей и преподавателя на занятии;

4)позволяют студентам проверить правильность ранее полученных знаний, вычленить в них наиболее важное, существенное;

5) способствуют превращению знаний в твердые личные убеждения, рассеивают сомнения, которые могли возникнуть на лекциях и при изучении литературы, что особенно хорошо достигается в результате столкновения мнений, дискуссии;

6) прививают навыки самостоятельного мышления, устного выступления по теоретическим вопросам, оттачивают мысль, приучают студентов свободно оперировать терминологией, экономическими понятиями и категориями;

7) предоставляют возможность преподавателю систематически контролировать уровень самостоятельной работы студентов над первоисточниками, другим учебным материалом, степень их внимательности на лекциях;

8) позволяют изучить мнения, интересы студентов, служат средством контроля преподавателя не только за работой студентов, но и за своей собственной как лектора и руководителя семинара, консультанта и т. д.

При разработке методики семинарских занятий важное место занимает вопрос о взаимосвязи между семинаром и лекцией, семинаром и самостоятельной работой студентов, о характере и способах такой взаимосвязи. Семинар не должен повторять лекцию, и, вместе с тем, его руководителю необходимо сохранить связь принципиальных положений лекции с содержанием семинарского занятия.

При подготовке к семинару студентами осуществляется весьма объемная работа по углубленному проникновению в суть вынесенной для обсуждения проблемы. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, проводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции.

На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами.

В ходе семинара каждый студент опирается на свои конспекты, сделанные на лекции, собственные выписки из учебников, первоисточников, статей, другой специальной литературы, на словарь по данной теме. Семинар стимулирует стремление к совершенствованию конспекта, желание сделать его более информативным, качественным.

От семинара к семинару, на всех его этапах и их коррекции студент поднимается на более высокую ступеньку собственной зрелости, своего мне-

ния более эффективно работать над проблемами, непосредственно относящимися к его будущей профессии.

Семинар – эффективная форма закрепления полученных по обсуждаемой проблеме знаний, видения этой проблемы в целом, осознания ее соотнесенности с другими темами в рамках целостной концепции.

С точки зрения методики проведения семинар представляет собой комбинированную, интегративную форму учебного занятия. Он предполагает возможность использования рефератов, фрагментов первоисточников, устных и письменных понятийных диктантов, тестов, заданий типа «закончите предложение» и др.

Для стимулирования самостоятельного мышления на занятиях используются различные активные методы обучения: проблемные ситуации, игры, педагогические задачи, тесты, интерактивный опрос.

В практике семинарских занятий используется следующий ряд форм: развернутая беседа, семинар-диспут, комментированное чтение, упражнения на самостоятельность мышления, письменная (контрольная) работа, семинар-коллоквиум и другие.

1. Развернутая беседа – наиболее распространенная форма семинарских занятий. Она предполагает подготовку всех студентов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы; выступления студентов (по их желанию или по вызову преподавателя) и их обсуждение; вступление и заключение преподавателя. Развернутая беседа позволяет вовлечь в обсуждение изучаемой проблематики наибольшее число студентов, разумеется, при использовании всех средств их активизации: постановки хорошо продуманных, четко сформулированных дополнительных вопросов к выступающему и всей группе, умелой концентрации внимания студентов на сильных и слабых сторонах выступлений студентов, своевременном акцентировании внимания и интереса студентов на новых моментах, вскрывающихся в процессе работы и т. д.

Развернутая беседа не исключает, а предполагает и заранее запланированные выступления отдельных студентов по некоторым дополнительным вопросам. Но подобные сообщения выступают здесь в качестве не основы для обсуждения, а лишь дополнения к уже состоявшимся выступлениям.

2. Семинар-диспут имеет ряд достоинств. Кроме других задач, обычно реализуемых на семинаре, эта форма наиболее удобна для выработки у студентов навыков полемиста. Диспут может быть и самостоятельной формой семинара, и элементом других форм практических занятий. В первом случае наиболее интересно проходят такие занятия при объединении двух или нескольких семинарских групп, когда с докладами выступают студенты одной группы, а оппонентами – другой, о чем договариваются заранее. Вопросы, выносимые на подобные семинары, должны всегда иметь теоретическую и практическую значимость.

Диспут как элемент обычного семинара может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. Полемика возникает подчас и стихийно. В ходе полемики студенты формируют у себя находчи-

вость, быстроту мыслительной реакции и, главное, отстаиваемое в споре мировоззрение складывается у них как глубоко личное.

3. Комментированное чтение первоисточников на семинаре преследует цель содействовать более осмысленной и тщательной работе студентов над рекомендуемой специальной литературой. Чаще всего оно составляет лишь элемент обычного семинара в виде развернутой беседы и длится всего 15-20 минут. Комментированное чтение позволяет приучать студентов лучше разбираться в специальных источниках. Комментирование может быть выделено в качестве самостоятельного пункта плана семинара.

4. Упражнения на самостоятельность мышления обычно входят в качестве одного из элементов семинарского занятия. Преподаватель подбирает задания, практические задачи, мини-кейсы, выполнение и решение которых требует от студентов самостоятельной мыслительной активности, проявление способности применять полученные знания в конкретной практико-ориентированной ситуации. Решение задач на самостоятельность мышления содействует формированию у студентов способности более глубоко вникать в профессиональные проблемы.

5. Контрольные (письменные) работы / тесты также практикуются на семинарах. На них может быть отведено от 15 минут до целой пары. Тема работы может быть сообщена студентам заранее, а иногда и без предупреждения по одному из пунктов плана текущего семинара. Такая работа носит характер фронтальной проверки знаний всех студентов по определенному разделу курса. Содержание работ анализируется преподавателем на очередном занятии, что вызывает всегда обостренный интерес студентов и активизирует их последующую подготовку к семинарским занятиям. Если на контрольную работу отводится 15-45 минут, то после ее написания работа семинара продолжается обычным порядком. В течение семинарского курса целесообразно провести несколько контрольных работ различных типов.

6. Коллоквиумы-собеседования преподавателя со студентами проводятся в конце изучаемого курса с целью выяснения знаний по обобщенным темам дисциплины, их углубленного изучения.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению как со стороны преподавателей, так и обучающихся. Преподаватель в начале семестра (учебного года) должен обеспечить обучающихся методическими материалами для своевременной подготовки их к активным формам занятий, в том числе и к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обратить внимание обучающихся на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т. д.).

Планы семинарских занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Начиная подготовку к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, указать студентам страницы в конспекте лекций, разделы учебников и учебных

пособий, чтобы они получили общее представление о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует рекомендовать им поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемой книги, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Нередко среди начинающих преподавателей можно встретить людей, полагающих, будто записи – дело простое, требующее, в основном, усилий рук, а не головы. Это сугубо ошибочное представление. Полноценные записи отражают не только содержание прочитанного, но и результат мыслительной деятельности студента.

Важно развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Поэтому написание конспектов по рассматриваемым вопросам является обязательным элементом подготовки студентов к аудиторным занятиям.

Желательно, чтобы на занятии студент излагал материал свободно. Прикованность к конспекту объясняется обычно следующими причинами:

а) плохо продумана структура изложения, вопрос не осмыслен во всей его полноте, студент боится потерять нить мыслей, нарушить логическую последовательность высказываемых положений, скомкать выступление;

б) недостаточно развита культура устной речи, опасение говорить «коряво» и неубедительно;

в) материал списан из учебных пособий механически, без достаточного осмысливания его;

г) как исключение, материал списан у товарища или же используется чужой конспект.

Любая из перечисленных причин, за исключением второй, говорит о поверхностной или же просто недобросовестной подготовке студента к занятию.

Важно научить студентов во время выступления поддерживать постоянную – связь с аудиторией, быстро, не теряясь, реагировать на реплики, вопросы, замечания, что дается обычно не сразу, требует постоянной работы над собой. Выступающий обращается к аудитории, а не к преподавателю, как школьник на уроке. Контакт со слушателями – товарищами по группе – помогает студенту лучше выразить свою мысль, реакция аудитории позволит ему почувствовать сильные и слабые стороны своего выступления. Без «обратной связи» со слушателями выступление студента – это разговор с самим собой, обращение в пустоту; ему одиноко и неуютно за кафедрой, поэтому на

семинаре неплохо ввести в традицию анализ не только содержания выступлений, но и их формы – речи, дикции, поведения за кафедрой, характера общения с аудиторией.

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Линейная алгебра», представлен в таблице.

№ пп	Наименование темы дисциплины	Вид занятий (лекция, практические занятия)	Количество ак. ч.	Наименование активных и интерактивных форм проведения занятий
1.	Тема 1. Матрицы и определители	лекция	2	Интерактивная лекция
		практические занятия	4	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа
2.	Тема 2. Системы линейных уравнений	лекция	2	Интерактивная лекция
		практические занятия	4	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа
3.	Тема 3. Линейные пространства	лекция	3	Интерактивная лекция
		практические занятия	6	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа
4.	Тема 4. Операторы	лекция	3	Интерактивная лекция
		практические занятия	6	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа
5.	Тема 5. Евклидовы пространства	лекция	2	Интерактивная лекция
		практические занятия	4	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа
6.	Тема 6. Операторы в евклидовых пространствах	лекция	2	Интерактивная лекция
		практические занятия	4	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа
7.	Тема 7. Квадратичные формы	лекция	2	Интерактивная лекция
		практические занятия	4	Устный опрос Решение заданий у доски и индивидуально. Выполнение и защита ИДЗ. Контрольная работа

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей Интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

3 Оценочные средства по дисциплине

Оценочные средства по дисциплине обеспечивают проверку освоения планируемых результатов обучения посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

3.1 Экзамен

а) типовые вопросы:

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Матрицы, действия с матрицами (сложение матриц, умножение на число, умножение матриц, транспонирование).
2. Определители квадратных матриц порядка n. Определение по индукции через разложение по первой строке.
3. Минор, алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по элементам ряда (без доказательства).
4. Перестановки, инверсии, четность, нечетность перестановки. Определение определителя матрицы размера n через перестановки и инверсии.
5. Свойства определителей. Перестановка строк, транспонирование, линейное свойство. Следствия из свойств. Определители треугольной матрицы, блочной матрицы.
6. Следствие из теоремы о разложении определителя (фальшивое разложение).
7. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.
8. Правило Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений (теорема).
9. Ранг матрицы. Базисный минор. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях. Линейная зависимость и независимость строк матрицы. Теорема о базисном миноре (без доказательства). Второе определение ранга матрицы (ранг – максимальное количество линейно независимых строк (столбцов) в матрице).
10. Классификация систем линейных алгебраических уравнений – совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Теорема Кронекера – Капелли. Исследование и решение неоднородных и однородных систем. Метод Гаусса.
11. Ф.С.Р. однородной системы. Структура общего решения неоднородных систем.

12. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства.
13. Базис. Размерность. Изоморфизм пространств. Теорема об изоморфности пространств одинаковой размерности над одним числовым полем (без доказательства).
14. Координаты вектора в данном базисе. Действия с координатами. Преобразование координат при переходе к новому базису.
15. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Размерность подпространства. Теорема о размерности линейной оболочки.
16. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения двух подпространств.
17. Линейные операторы в линейном пространстве. Матрица оператора. Примеры операторов и матриц. Теорема о матричной записи линейного оператора (без доказательства).
18. Действия с операторами (сумма, произведение на число, суперпозиция). Обратный оператор.
19. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.
20. Преобразование матрицы оператора при переходе к новому базису.
21. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям. Характеристический многочлен, его инвариантность.
22. Достаточное условие приводимости матрицы оператора к диагональному виду (две теоремы, одна без доказательства).
23. Евклидовы пространства. Определение. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами.
24. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортонормированный базис.
25. Матрица Грама её применение к вычислению объема n-мерного параллелепипеда (без доказательства).
26. Ортогональное дополнение. Разложение евклидова пространства L в прямую сумму любого его подпространства $L_1 \subset L$ и ортогонального дополнения к L_1 (без доказательства). Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Угол между вектором и подпространством.
27. Сопряженный оператор. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе (без доказательства).
28. Самосопряженный оператор. Основные свойства: вещественность собственных значений, ортогональность собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям, существование ортонормированного базиса из собственных векторов (последнее без доказательства).
29. Ортогональный оператор. Сохранение длин и углов, геометрический смысл. Ортогональная матрица и её свойства. Ортогональный оператор в

2-мерном случае и теорема об общем виде ортогонального оператора (без доказательства).

30. Квадратичные формы. Изменение матрицы формы при замене базиса.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
32. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм (без доказательства).
33. Теорема о приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
34. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра (без доказательства).

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов):

Билет экзамена содержит один теоретический вопрос и три (две) задачи.

По результатам выполнения экзаменационной работы оценивается уровень освоения обучающимся материала, предусмотренного учебной программой, уровень владения профессиональными терминами, умение обучающегося использовать теоретические знания при решении практических задач.

Экзамен считается сданным, если итоговый результат за выполненные задания составляет от 24 до 40 баллов. По каждому из 4-х заданий выставляется от 0 до 10 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литерату-

	ру.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

3.2 Контрольные работы

а) примеры тестовых заданий:

Задание для контрольной работы 1

1. Образует ли линейное пространство всех положительных чисел, в котором сумма любых двух элементов a и b задается как $a \cdot b$; а произведение любого элемента a на любое число γ есть a^{γ}?

2. Найти координаты вектора $x = (7,-5,2)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_3,\ e_2' = e_1 + e_2,\ e_3' = e_1 + e_2 + e_3.$

3. Решить матричное уравнение $X\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов e^x, e^{-x}, e^{2x} на $(-\infty, +\infty)$.

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 18 баллов и выше).

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 6 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

в) примеры тестовых заданий:

Задание для контрольной работы 2

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x - y - z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0.$$

г) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 18 баллов и выше).

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 6 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

4 Итоговая аттестация по дисциплине

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной

работы обучающихся.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	**Неделя**	**Балл**	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30
Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Промежуточная аттестация	**-**	**24 (60% от 40)**	**40**
Экзамен	-		
Билет экзаменационный	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

На каждом практическом занятии выполняются задания по пройденным темам согласно рабочему плану изучения дисциплины. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений применять их в решении практических задач, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет сумму баллов, заработанных обучающимся при выполнении заданий в рамках текущей и промежуточной аттестации

<table>
<tr><th>Сумма баллов</th><th>Оценка по 4-х балльной шкале</th><th>Оценка ECTS</th><th>Требования к уровню освоения учебной дисциплины</th></tr>
<tr><td>90-100</td><td>5- «отлично»/ «зачтено»</td><td>A</td><td>Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы</td></tr>
<tr><td>85-89</td><td rowspan="3">4 - «хорошо»/ «зачтено»</td><td>B</td><td rowspan="3">Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос</td></tr>
<tr><td>75-84</td><td>C</td></tr>
<tr><td>70--74</td><td rowspan="2">D</td></tr>
<tr><td>65-69</td><td rowspan="2">3 - «удовлетворительно» / «зачтено»</td><td rowspan="2">Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала</td></tr>
<tr><td>60-64</td><td>E</td></tr>
<tr><td>0-59</td><td>2 - «неудовлетворительно»/ «не зачтено»</td><td>F</td><td>Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающим-</td></tr>
</table>

			ся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине